

Mihail SANDU

PROBLEME DE FIZICĂ

EVENIMENTE OLIMPICE 1 - 23
SELECȚII PENTRU IPHO 1995 - 2009

volumul I



EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ S.A.

Evenimentul Olimpic – 1	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 1995.....	5
Evenimentul Olimpic – 2	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 1998.....	9
Evenimentul Olimpic – 3	
Selecția Lotului Reștrâns pentru IPhO – 1999	16
Evenimentul Olimpic – 4	
Concursul Internațional Preolimpic de Fizică – 1999.....	23
Evenimentul Olimpic – 5	
Selecția Lotului Reștrâns pentru IPhO – 2000	29
Evenimentul Olimpic – 6	
Concursul Internațional Preolimpic de Fizică – 2001.....	36
Evenimentul Olimpic – 7	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2002.....	41
Evenimentul Olimpic – 8	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2003.....	48
Evenimentul Olimpic – 9	
Concursul Internațional Preolimpic de Fizică – 2003	55
Evenimentul Olimpic – 10	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2004.....	93
Evenimentul Olimpic – 11	
Selecția Lotului Reștrâns pentru IPhO – 2004	101
Evenimentul Olimpic – 12	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2005.....	116
Evenimentul Olimpic – 13	
Selecția Lotului Reștrâns pentru IPhO – 2005	122
Evenimentul Olimpic – 14	
Concursul Internațional Preolimpic de Fizică – 2005.....	158
Evenimentul Olimpic – 15	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2006.....	179

IBRIS | We know books

Evenimentul Olimpic – 16	
Selecția Lotului Restrâns pentru IPhO – 2006	185
Evenimentul Olimpic – 17	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2007	229
Evenimentul Olimpic – 18	
Selecția Lotului Restrâns pentru IPhO – 2007	237
Evenimentul Olimpic – 19	
Concursul Internațional Preolimpic de Fizică – 2007.....	268
Evenimentul Olimpic – 20	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2008.....	277
Evenimentul Olimpic – 21	
Selecția Lotului Restrâns pentru IPhO – 2008	283
Evenimentul Olimpic – 22	
Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 2009.....	307
Evenimentul Olimpic – 23	
Selecția Lotului Restrâns pentru IPhO – 2009	312
Cărțile mele!	338

Selecția Lotului Lărgit (Baraj)

pentru IPhO – 1995

Olimpiada Națională de Fizică, Galați

Problemă propusă – Mihail Sandu

Rezolvare – Mihail Sandu

Problema 1. Experimentul lui Rutherford

Hiperbola echilaterală din figura 1, reprezintă traiectoria unei particule α , în incidență normală pe o foaie de Au foarte subțire, ca urmare a interacțiunii sale cu un nucleu fix, în experimentul lui Rutherford.

a) Să se determine distanța minimă dintre particula α și nucleul fix, viteza particulei α în acel moment și unghiul de împrăștiere al particulei α . Se va considera că, traversând foaia de Au, particula α interacționează cu un singur nucleu. Se cunosc: m – masa particulei α , v_0 – viteza particulei α în afara foii de Au, q_1 – sarcina electrică a particulei α , q_2 – sarcina electrică a nucleului de Au, b – parametrul de ciocnire, ε_0 – permitivitatea absolută a vidului. Tratare nerelativistă.

b) Pentru ce valori ale parametrului de ciocnire, particula α nu traversează foaia de Au? Să se evalueze raza nucleului de Au.

c) Dacă electronul din modelul cuantificat al atomului de hidrogen este o sferă omogenă cu masa m , să se evalueze raza minimă pe care o poate avea electronul. Se cunosc: h – constanta lui Planck, s – numărul cuantic de spin.

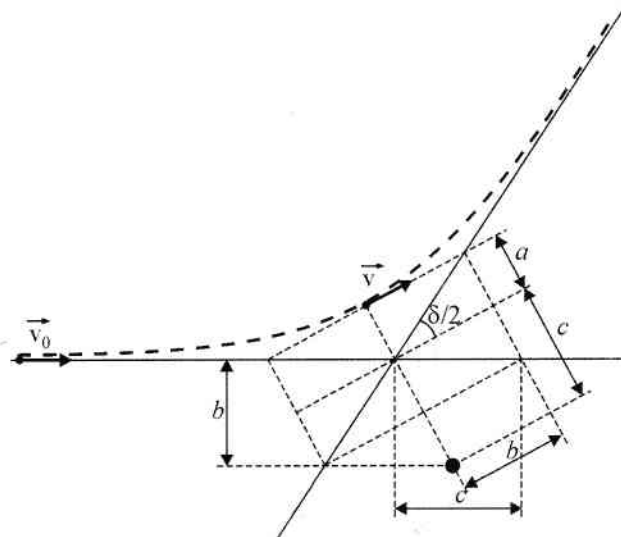


Fig. 1

a) Din legile de conservare ale energiei și momentului cinetic, rezultă:

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{h_1 h_2}{r_{\min}}; \\ v_0 b = v r_{\min}, \end{cases}$$

unde $r_{\min} = a + c$;

$$v = \sqrt{\frac{q_1^2 q_2^2}{16\pi\epsilon_0^2 v_0^2 b^2 m^2 + v_0^2} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 v_0 b m}};$$

$$r_{\min} = \frac{v_0 b}{v}.$$

Având în vedere proprietățile hiperbolei, evidențiate prin notațiile de pe desenul din figura 1, rezultă:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{a}{b}; \quad c^2 = a^2 + b^2.$$

Ca urmare, avem:

$$v = \frac{v_0 b}{a + c};$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2 b^2}{(a + c)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{a + c};$$

$$\frac{mv_0^2}{2} \left[1 - \frac{b^2}{(a + c)^2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{(a + c)};$$

$$mv_0^2 a = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0};$$

$$a = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2 b}.$$

b) Dacă particula α nu traversează foița de Au, înseamnă că unghiul de împrăștiere este $\theta \geq 90^\circ$.

(Dacă particula α traversează foița de Au, înseamnă că $\theta < 90^\circ$.)

Rezultă:

$$\frac{\theta}{2} \geq 45^\circ; \quad \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \geq \operatorname{tg} 45^\circ = 1;$$

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2 b} \geq 1; 0 \leq b \leq \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2}.$$

Situația limită, $\theta = 90^\circ$ prezentată în desenul din figura 2, este determinată de dimensiunile nucleului fix.

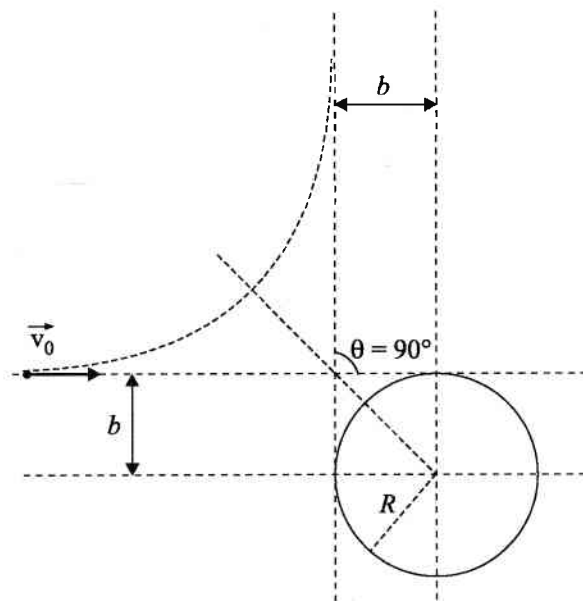


Fig. 2

Rezultă:

$$R = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2}.$$

c) Pentru electron, în cadrul modelului cuantificat al atomului de H, se introduce momentul cinetic propriu (de spin), $\vec{S}$, cuantificat după regula:

$$S = \sqrt{s(s+1)} \frac{h}{2\pi}.$$

Dacă $\vec{\omega}$ este viteza unghiulară în mișcarea de rotație a unei sfere în jurul axei de simetrie, atunci:

$$\vec{S} = I \vec{\omega},$$

unde $I = \frac{2}{5} m R^2$ – momentul de inerție al sferei în raport cu axa care trece prin centrul său.

Rezultă:

$$\sqrt{s(s+1)} \frac{h}{2\pi} = \frac{2}{5} mR^2 \cdot \frac{v}{R}.$$

Pentru un punct de la ecuatorul sferei electronului, avem:

$$\omega = v/R; \sqrt{s(s+1)} \frac{h}{2\pi} = \frac{2}{5} mR^2 \cdot \frac{v}{R}.$$

În conformitate cu T.R.R., trebuie ca $v \leq c$.

Rezultă:

$$\sqrt{s(s+1)} \frac{h}{2\pi} = \frac{2}{5} mRv;$$

$$v = \frac{5h\sqrt{s(s+1)}}{4\pi mR} \leq c;$$

$$R \geq \frac{5h\sqrt{s(s+1)}}{4\pi mc}.$$

Selecția Lotului Lărgit (Baraj) pentru IPhO – 1998

Olimpiada Națională de Fizică, Piatra Neamț

Problemă propusă – Mihail Sandu

Rezolvare – Mihail Sandu

Problema 1. Satelit artificial al Pământului

Un satelit artificial evoluează în jurul Pământului (considerat punct material fix), în afara atmosferei, pe o orbită în formă de elipsă, așa cum indică desenul din figura 1, Pământul aflându-se în unul din focarele elipsei, astfel încât perioada rotației satelitului este T , iar viteza areolară a satelitului este Ω .

Se știe că: $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$, unde $p = \frac{b^2}{a}$ și $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$, semiaxe elipsei (a și b) fiind necunoscute; $r^2 = \frac{d\theta}{dt} \sqrt{pKM}$, unde K – constanta atracției universale și M – masa Pământului sunt cunoscute.

a) Să se determine dependența de timp a elementelor vectorului de poziție al satelitului în raport cu Pământul, $r = r(t)$ și $\theta = \theta(t)$, dacă la momentul t_0 satelitul trece la perigeu. Se vor utiliza substituțiile: $a - r = a \cos u$ și

$$n = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{KM}{a}}.$$

b) Să se determine semnificația unghiului u în cercul cu centrul în centrul elipsei și cu raza egală cu semi-axa mare a elipsei.

c) Orice satelit se introduce pe orbita eliptică dorită „injectându-l” într-un punct al acesteia, fiind necesar doar ca satelitul să fie ridicat la altitudinea punctului ales și să i se imprime acolo viteza necesară, pe direcția tangentei la traiectorie în acel punct.

Pentru a fi ajuns pe orbita eliptică „de bază” prezentată, despre care se știe că are perigeul la o altitudine mare, satelitul a fost ridicat mai întâi până într-un anumit punct al unei orbite eliptice „de parcare” al cărei apogeu are o altitudine mică și apoi, după câteva rotații pe această orbită, satelitul este trecut pe orbita „de bază”.

Să se propună varianta optimă, din punct de vedere energetic, în alegerea punctului de injecție pe orbita „de parcare” și a punctului de transfer de pe orbita „de parcare” pe orbita „de bază”. Justificare calitativă.

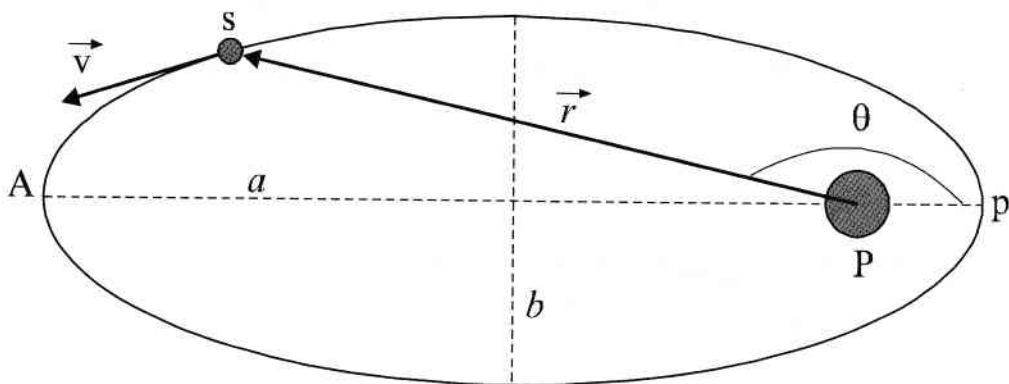


Fig. 1

Rezolvare

a)

1) Dependența $r = f(t)$

Din ecuația elipsei, prin diferențiere, rezultă:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}; \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{p} + \frac{e}{p} \cos \theta;$$

$$-\frac{1}{r^2} dr = -\frac{e}{p} \sin \theta d\theta;$$

$$\cos \theta = \frac{p}{e} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{p} \right); \quad \sin \theta = \sqrt{1 - \frac{p^2}{e^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{p} \right)^2};$$

$$\frac{p}{r^2} dr = \sqrt{e^2 - \left(\frac{p}{r} - 1 \right)^2} d\theta;$$

$$r^2 d\theta = \frac{p dr}{\sqrt{e^2 - \left(\frac{p}{r} - 1 \right)^2}}.$$

Pe de altă parte, știind că $r^2 \dot{\theta} = C$, rezultă:

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C; \quad dt = \frac{r^2 d\theta}{C};$$

$$dt = \frac{p}{C} \frac{r dr}{\sqrt{e^2 r^2 - (p-r)^2}};$$

$$p = a(1 - e^2);$$

$$\begin{aligned} e^2 r^2 - (p-r)^2 &= e^2 r^2 - a(1 - e^2) - r^2 = \\ &= e^2 r^2 - a^2(1 - e^2)^2 + 2a(1 - e^2)r - r^2 = \\ &= -r^2(1 - e^2) - a^2(1 - e^2)^2 + 2a(1 - e^2)r = \\ &= (1 - e^2) [2ar - r^2 - a^2(1 - e^2)] = \\ &= (1 - e^2) [a^2 e^2 - (a^2 - 2ar + r^2)] = \\ &= (1 - e^2) [a^2 e^2 - (a-r)^2]; \end{aligned}$$

$$dt = \frac{p}{C} \frac{r dr}{\sqrt{1 - e^2} \sqrt{a^2 e^2 - (a-r)^2}};$$

$$C = \sqrt{pKM}; p = a(1 - e^2);$$

$$dt = \sqrt{\frac{a}{KM}} \frac{r dr}{\sqrt{a^2 e^2 - (a-r)^2}};$$

$$a - r = ae \cos u,$$

unde u se numește *anomalie excentrică*:

$$r = a(1 - e \cos u);$$

$$dr = ae \sin u du;$$

$$dt = a \sqrt{\frac{a}{KM}} (1 - e \cos u) du.$$

Prin integrare, de la valoarea $u = 0$, care corespunde trecerii satelitului prin perigeu, acolo unde $r_{\min} = a(1 - e)$, se obține:

$$t - t_0 = a \sqrt{\frac{a}{KM}} \int_0^u (1 - e \cos u) du,$$

unde t_0 este momentul trecerii satelitului la perigeu;

$$u - e \sin u = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{KM}{a}} (t - t_0); \quad \Omega = \frac{L}{2m}; \quad \Omega = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{KM}{a}};$$

$$n = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{KM}{a}}; \quad n = \frac{2\pi}{T}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{KM}},$$

unde n se numește *mișcare medie* a satelitului;

$$u - e \sin u = n(t - t_0),$$

denumită ecuația lui Kepler, unde $n(t - t_0)$ se numește *anomalie medie*.

Prin rezolvarea ecuației anterioare se determină anomalia excentrică a satelitului, u , la momentul t și apoi se determină dependența de timp a lui r :

$$r = a(1 - e \cos u).$$

2) Dependența $\theta = g(t)$

Să determinăm acum dependența de timp a celeilalte coordonate polare, θ , denumită *anomalie adevărată*. Pentru aceasta vom stabili mai întâi relația dintre θ și u .

Comparând expresiile:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta};$$

$$r = a(1 - e \cos u),$$

rezultă:

$$1 - e \cos u = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \theta};$$

$$1 + e \cos \theta = \frac{1 - e^2}{1 - e \cos u};$$

$$\cos \theta = \frac{\cos u - e}{1 - e \cos u};$$

$$1 - \cos \theta = \frac{(1 + e)(1 - \cos u)}{1 - e \cos u};$$

$$1 - e \cos u = \frac{r}{a}; \quad 1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad 1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2};$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{a(1 + e) \sin^2 \frac{u}{2}}{r};$$

$$1 + \cos \theta = \frac{(1 - e)(1 + \cos u)}{1 - e \cos u};$$

$$1 - e \cos u = \frac{r}{a}; \quad 1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}; \quad 1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2};$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{a(1 - e) \cos^2 \frac{u}{2}}{r};$$

$$\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{a(1 + e)} \sin \frac{u}{2}; \quad \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{a(1 - e)} \cos \frac{u}{2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \operatorname{tg} \frac{u}{2}.$$

b) Pentru a stabili semnificația geometrică a anomaliei excentrice, u , utilizând desenul din figura 2, unde, în afara elipsei pe care evoluează satelitul în jurul Pământului, am reprezentat și cercul cu centrul în centrul elipsei și cu raza egală cu semiaxa mare a elipsei, rezultă:

$$OS'' = a; OS' = OP + PS' = a \cdot \cos \angle(S'OS'');$$

$$OP = a - r_{\min} = a - \frac{p}{1+e} = a - \frac{a(1-e^2)}{1+e} = ae;$$

$$PS' = r \cos \theta;$$

$$-ae + r \cos \theta = a \cos \angle(S'OS'').$$

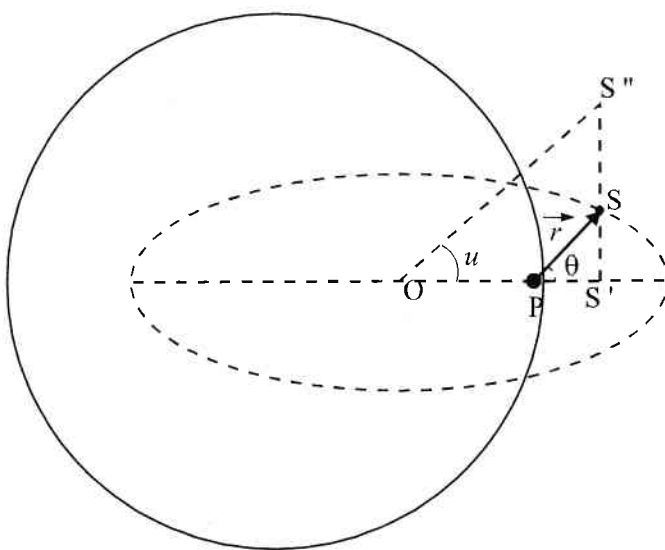


Fig. 2

Folosind ecuația elipsei în coordonate polare, rezultă:

$$r = \frac{p}{1+e \cos \theta} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta};$$

$$1+e \cos \theta = \frac{a(1-e^2)}{r}; e \cos \theta = \frac{a(1-e^2)}{r} - 1;$$

$$\cos \theta = \frac{a(1-e^2)}{er} - \frac{1}{e} = \frac{1}{r} \left[\frac{a(1-e^2)}{e} - \frac{r}{e} \right];$$

$$\cos \theta = \frac{1}{r} \left(\frac{a}{e} - ae - \frac{r}{e} \right);$$

$$r \cos \theta + ae = \frac{a-r}{e};$$

$$ae + r \cos \theta = a \cos^3(S'OS'');$$

$$a - r = ae \cdot \cos^3(S'OS''); \quad a - r = ae \cos u;$$

$$u = \angle(S'OS'').$$

c) Un satelit care va evolua în jurul Pământului pe o orbită eliptică, ale cărei elemente (semiaxe, altitudine minimă, altitudine maximă etc.) au fost fixate în funcție de misiunea satelitului, poate fi introdus pe orbita eliptică în orice punct al acesteia, fiind nevoie numai ca satelitul să fie ridicat la altitudinea punctului „de injecție” ales și să i se imprime acolo viteza necesară (numită viteză de injecție), pe direcția tangentei la traiectorie în acel punct.

Transportul satelitului de pe Pământ până la altitudinea punctului de injecție pe orbita eliptică se face cu ajutorul unei rachete purtătoare, astfel încât, pe acest sector al traiectoriei (traiectorie activă), mișcarea ansamblului este rezultatul compunerii forțelor de reacție (de tracțiune) cu forțele de atracție gravitațională.

La altitudinea punctului de injecție satelitul se desprinde de racheta purtătoare. Cu cât altitudinea acestui punct va fi mai mare, cu atât viteza de injecție, care va trebui să i se imprime acolo satelitului, va fi mai mică, așa cum indică figura 3.

Prima parte a traiectoriei active descrisă de racheta purtătoare se află, aproximativ, pe verticala locului de lansare, pentru ca apoi să se curbeze în conformitate cu un program stabilit, astfel încât atunci când motorul ultimei trepte reactive a rachetei își încetează funcționarea, să se fi atins acel punct și aceea viteză cu care satelitul poate continua mișcarea pe elipsa prestabilită.

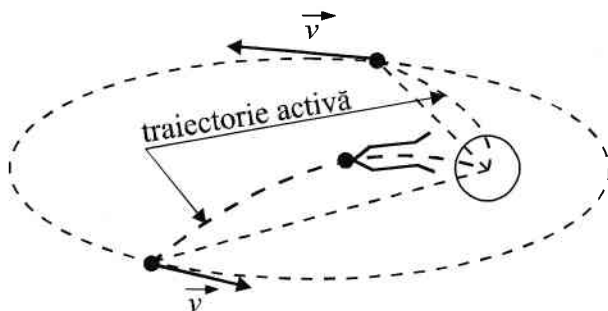


Fig. 3